Міністерство освіти і науки України

Кременчуцький національний університет   
імені Михайла Остроградського

Навчально-науковий інститут електричної інженерії   
та інформаційних технологій

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

НаВчальна дисципліна  
«**аЛГОРИТМИ І СТРУКТУРИ ДАННИХ**»

Звіт

З ПРАКТИЧНОЇ роботи №2

Виконав

студент групи КН-24-1

Штефан М. І.

Перевірив

доцент кафедри КІЕ

Сидоренко В. М.

Кременчук 2025

|  |  |
| --- | --- |
| Тема: | Асимптотична складність алгоритмів. Інші нотації |
| Мета: | набути практичних навичок у розв’язанні задач на оцінку  асимптотичної складності алгоритмів у Ω, Θ, 𝜊, 𝜃, 𝜔-нотаціях. |

Хід роботи

Постановка завдання

Завдання полягає у розв’язанні двох задач, які потрібно вибрати зі списку. Правило вибору номерів наступний: 𝑛, 𝑛 + 5, де 𝑛 – номер студента в списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися на його початок.

Розв’язання задачі згідно зі своїм варіантом

3. Задано функції та . Покажіть, що .

**Розв'язання:**

Щоб показати, що , ми повинні знайти додатну константу c>0 такий, що існує деяке , і для всіх ​ виконується нерівність:

Підставимо задані функції f(n) та g(n):

Для спрощення, давайте розділимо обидві частини нерівності на n3 (припускаючи, що, що є вірним для достатньо великих n в асимптотичному аналізі):

Тепер нам потрібно знайти таке та ​, щоб ця нерівність виконувалася для всіх ​.

Розглянемо поведінку виразу ​ при збільшенні n:

* Член ​ прямує до 0 при.
* Член ​ прямує до 0 при .

Отже, при достатньо великих n, вираз буде наближатися до 3.

Ми можемо вибрати будь-яке c, яке є меншим або дорівнює 3, оскільки значення лівої частини зрештою перевищить або дорівнюватиме цьому c. Давайте виберемо.   
Це додатна константа, як того вимагає визначення Ω-нотації.

Тоді нерівність стає:

Звідси:

Щоб знайти відповідне ​, розглянемо, коли ліва частина стає невід'ємною. Наприклад, якщо: .   
Якщо:.   
Якщо :.

Зрозуміло, що для , буде значно більшим за (при). Члени стають менш значущими в порівнянні з зі зростанням n.

Отже, ми можемо вибрати та .   
Для всіх :

**Висновок:**

Оскільки ми знайшли додатну константу та такі, що   
 для всіх , ми довели, що .

13. Задано функції . Показати, що , використовуючи метод меж.

**Розв'язання:**

Щоб показати, що за допомогою методу меж, ми повинні обчислити границю відношення f(n)/g(n) при n, що прямує до нескінченності:

​

Підставимо задані функції f(n) та g(n):

​

Для обчислення цієї границі, ми можемо розділити кожен член чисельника на знаменник:

Спростимо дроби:

Тепер обчислимо границю кожного члена окремо, знаючи, що для будь-якої константи k та p>0:

Отже, підставляючи ці значення назад у вираз для L:

**Висновок:**

Оскільки границя є скінченною і невід'ємною константою, ми можемо стверджувати, що. Це означає, що функція зростає не швидше, ніж функція , коли n прямує до нескінченності.

Відповіді на контрольні питання

1. Що таке асимптотична складність алгоритму?

Асимптотична складність алгоритму – це функція, що характеризує залежність кількості необхідних ресурсів (часу або пам’яті) від розміру вхідних даних. Вона визначає швидкість зростання витрат при збільшенні розміру задачі.

1. Які інші нотації, крім O-нотації, використовуються для вираженняасимптотичної складності?

Крім O-нотації, для вираження асимптотичної складності алгоритмів використовуються такі нотації:

Ω-нотація (велика омега) — визначає асимптотичну нижню межу зростання функції.

Θ-нотація (тета) — описує точну асимптотичну складність, коли функція має однакову верхню та нижню межі.

o-нотація (маленька о) — позначає строгу верхню межу, коли функція зростає повільніше, ніж задана.

ω-нотація (маленька омега) — позначає строгу нижню межу, коли функція зростає швидше, ніж задана.

1. Як визначити асимптотичну складність алгоритму за допомогоюсимволів Θ і Ω?

Ω-нотація: Щоб визначити асимптотичну складність за допомогою Ω, потрібно знайти додатну константу і число n0, такі що для всіх

0 виконується .

Θ-нотація: Для визначення Θ-складності необхідно довести, що функція f(n)має одночасно верхню межу (O) і нижню межу (Ω) одного порядку. Тобто існують константи і , такі що

для всіх .

1. Яка різниця між O-нотацією, Θ-нотацією і Ω-нотацією?

O-нотація: описує асимптотичну верхню межу зростання функції.

Ω-нотація: описує асимптотичну нижню межу.

Θ-нотація:описує точну межу зростання, поєднуючи O і Ω.

1. Які основні властивості інших нотацій, таких як o (маленька о), ω (маленька омега)?

o-нотація (маленька о): Позначає строгу верхню межу. означає, що зростає повільніше, ніж, тобто для будь-якого існує , таке що для всіх .

ω-нотація (маленька омега): Позначає строгу нижню межу. означає, що зростає швидше, ніж , тобто для будь-якого існує , для всіх .

o і ω є більш строгими, ніж O і Ω, і використовуються для точнішого аналізу, коли потрібно підкреслити, що функція зростає значно повільніше або швидше за іншу.